CR MP26

Mesure de longueur

Tom Peyrot, binôme(Benjamin Car)[†], DER de physique, ENS Paris-Saclay
Agrégatifs 2020-2021

1 Introduction

Au cours du document, les questions étudiantes, correcteurs et remarques ont été indiquées en couleur pour se repérer. En bleu les questions ou les remarques, en rouge une tentative de réponse apportée,en orange des infos complémentaires.

1.1 Notion de mesure.

Etre capable de mesurer avec précision permet de mieux appréhender un phénomène et d'en comprendre plus fondamentalement les principes. Ainsi on a vu une évolution de la défnition du mètre/seconde au cours de l'histoire.

Q : Definition du mètre et de la seconde

R : La seconde la seconde est égale à la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé. Le mètre est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant 1/300 000 000 s

I : Pour info, le mètre était précédemment défini comme 1/10000 du méridien terrestre et la seconde était basée sur une fraction de la rotation de la terre autour du soleil

1.2 De l'infiniment grand à l'infiniment petit

Quand on pense naïvement aux mesures de longueur, on sort notre outil favori : le double décimètre. Cet outil s'avère ni précis ni pratique pour mesurer de très grandes ou de très petites distance. L'idée de ce montage est de présenter d'autres méthodes pour mesurer des longueurs dans ces domaines initialement inaccessibles.

2 Mesure de grandes longueur

2.1 La méthode de la parallaxe

Q : Pourquoi cette manip

La méthode de la parallaxe est une méthode permettant de mesurer des longueur grâce à la mesure d'angle. Cette notion est très utilisée en astronomie et notamment le parsec est en fait un parallaxe par seconde.

L'idée est d'illustrer le principe de la méthode sur la mesure de la distance d'une lunette de visée à un objet choisi. Cet objet sera le coin cube utilisé dans la manip de télémétrie pour comparaison des résultat.

► **En préparation**

1. Positionner deux goniomètres à une distance significative (au moins 5m Il m'a été notifié qu'il pourrait être interessant de rapprocher les Goniomètres pour ameliorer la précision. A creuser.) et mesurer le plus précisemment cette distance grâce à un mètre ruban (ou mieux, un télémètre laser commercial, ce que nous avons fait). La précision de la mesure est estimée à environ 5 cm par difficulté à savoir ce que nous

[†]tom.peyrot @wanadoo.fr

pointons réellement.

2. Positionner un objet à une hauteur la plus proche possible de la hauteur des gonios dans le fond de la salle (Nous nous sommes placés à environ 7m de distance)

3. Mettre des marqueurs sur les lunette de visée pour se donner une référence de pointage de la position angulaire respectives des lunettes lors du placement du réticule (ce n'est pas fondamental en fait). Mesurer un des deux angles en préparation. Il ne sert à rien d'illustrer plusieurs fois la difficulté à lire les minutes d'un vernier de Gonio. Avec une première lunette, évaluer l'angle entre la première lunette de visée et l'objet et notez la valeur de cet angle α. On obtient typiquement une précision de l'ordre de 3' d'arc avec la complexité de repérage exact de la position de la lunette et de l'objet.

▶ La manip

A. Expliquer ce que l'on fait. On vise avec une lunette donc il faut tout d'abord ajuster le tirage de l'occulaire pour mettre le réticule à distance focale. On ne règle ici pas la lunette à l'infini mais on va bien régler le tirage de l'objectif pour faire l'image de l'objet étudié (autre lunette ou objet d'intérêt) dans le plan du réticule.

C. Mesurer l'angle β de la même manière (voir schéma).

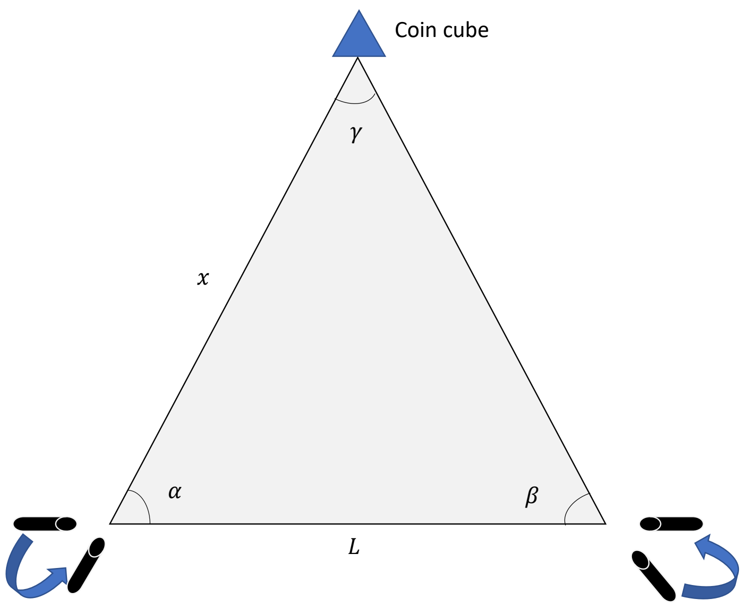

Fig. 1 – Manip parallaxe

▶ Analyse des résultats

(i) Déduire par la somme des angles d'un triangle l'angle γ.

(ii) Déduire de la formule de trigonométrie :

$$\frac{\sin(\alpha)}{x} = \frac{\sin(\gamma)}{L} \tag{2.1}$$

Soit finalement :

$$x = L\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} \tag{2.2}$$

(iii) On estime les incertitudes par propagation des erreurs sur un produit avec les erreurs sur une fonction (voir p39 *Measurement and their uncertainties by I.Hughes*). Je conseille pleinement d'avoir entré cette formule sous python et d'avoir déjà implémenté $\Delta\alpha$, $\Delta\Gamma$, L, ΔL et de rentrer en temps réel x, γ, α

$$\frac{\Delta x}{x} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\alpha \times \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\gamma \times \cos(\gamma)}{\sin(\gamma)}\right)^2} \tag{2.3}$$

On peut tout simplement aussi dire que l'incertitude ultra-majoritaire est celle sur L et conclure cette première manip.

Q : Limitations de la manip ?

R : Trois réponses. Tout d'abord, l'incertitude est limitée par L. Mais si la distance x mesurée augmente, alors de deux choses l'une. Premièrement la différence entre les angles α et β va diminuer jusqu'à être dans la minute d'arc et le goniomètre ne pourra plus résoudre. On pourrait se dire Ok, on augmente L, oui mais attention à la courbure de la Terre.

I : Contrairement aux compte-rendus précédents, j'ai décidé d'utiliser une loi simple sur les sinus afin de mesurer une distance x bien définie : la distance entre une lunette de visée et un objet.

2.2 Télémétrie laser : mesure de temps de vol

Q : Pourquoi cette manip

R : Les télémètres laser sont des instruments de mesure archi classiques de nos jours (LIDAR, géodésie, BTP). Cette manip en est une forme de réalisation pratique et permet en plus de confirmer la méthode précédente.

Attention : Vous trouverez dans les CR précédents une différente version de la manip, que je ne comprends pas. Cette version avec le miroir est nouvelle et donc potentiellement critiquable par le jury. Elle est aussi plus dure à mettre en place. Je remercie d'ailleurs Pierre du service technique pour les discussion sur l'upgrade de la manip.

L'idée est d'envoyer une diode laser sur un système catadioptrique que constitue le coin cube (de la partie précédente) et de mesurer le temps de vol de l'aller le retour. Un ordre de grandeur simple montre qu'il faut une diode pulsée rapide (je sais pas trop comment çà marche. Voir diode Q switch et PIN) et la diode de l'ENS permet de générer des pulses de quelques dizaines de ns de long.

Deux signaux sont observés sur une photodiode rapide (BPX65, de bande passante ([3,500]MHz). En sortie de diode on met une lame semi réfléchissante sur le trajet de la lumière et le schéma ci dessous indique les deux trajets effectués par la lumière. On peut en déduire facilement la longueur entre la lame semi et le coin cube et la comparer à x trouvé précédemment.

▶ En préparation

1. Il faut absolument avoir placé le coin cube à bonne hauteur et longueur désirée (ceci est normalement déjà fait avec la manip d'avant). Il faut s'être assuré de respecter toutes les règles en matière de sécurité (même si en pratique, il n'y a pas de problème de sécurité avec si peu de puissance...) car le laser traverse la salle (en tout cas pour moi). Il faut obtenir les deux signaux sur la photodiode avant de présenter et essayer de les optimiser (faire une fausse optimisation je dirais) pendant la séance. Ne plus bouger la lame semi quand on a un résultat.

2. Penser à mettre la photodiode sur l'entrée 50Ω de l'oscilloscope. (Je crois que la raison est du au fait que l'impédance d'entrée de l'oscillo est plus sensible aux variations de fréquences sur l'entrée $1M\Omega$ que sur l'entrée 50Ω, il peut aussi y avoir des questions d'adaptation d'impédance mais je ne crois pas que ce

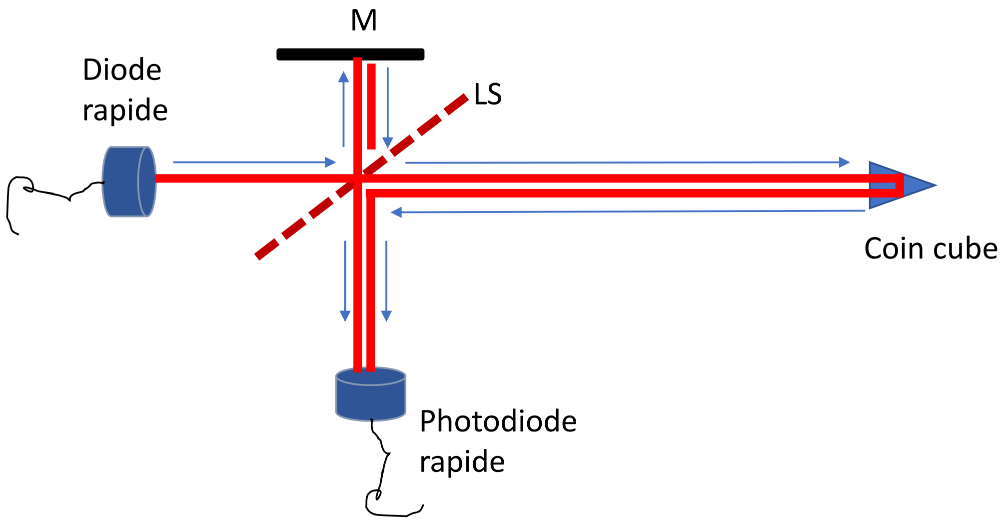

Fig. 2 – Manip Télémétrie

soit le problème ici.)

Q : Quel est la principale limite de cette mesure.

R : La diffraction du laser par propagation en espace libre. Ce qui est remarquable c'est que si on détecte un signal, l'incertitude ne dépend pas de la longueur. On peut peut-être envisager une dispersion dans l'air au bout d'un moment. Mais il y a actuellement un système catadioptrique sur la lune et la mesure terre lune peut se faire

I : Cette mesure est effectuée dans le cadre de l'expérience dite Télémétrie laser-Lune (ou Lunar Laser Ranging Experiment, LLR) de l'Observatoire de la Côte d'Azur. La mesure est tellement précise qu'ils ont mesuré un éloignement de la lune de 3cm/an.

3 Mesure de courtes distances

3.1 Mesure de précision d'une épaisseur de lame de verre

La méthode consiste à essayer de vaincre la précision du pied à coulisse qui mesure des longueurs avec une précision de 10μm. On notera néamoins un doute sur la capacité du pied à coulisse à aller mesurer correctement l'épaisseur de la lamelle qui est de l'ordre de la centaine de microns. Mais bon.

▶ **En préparation**

1. Il faut avoir réglé le Michelson en lame d'air avec la lumière blanche. On repère ainsi avec la position de la frange noire la position du contact optique à l'endroit de la frange noire (la précision d'une centaine de nanomètre sur cette estimation est négligeable comme nous allons le voir ensuite.

2. Le spectro doit être absolument allumé, le logiciel lancé, prêt d'usage. Régler au préalable un temps d'intégration de l'ordre de 100 ms et moyenner sur quelques acquisitions.

▶ **La manip**

A. Allumer la lampe et observer les franges. Venir placer la fibre du spectro à l'endroit de la frange noire. Et préciser pourquoi on n'utilise pas la méthode d'estimation de la taille avec le vernier (précision de 10 micromètres).

B. Placer la lamelle à étudier dans un des bras du Michelson. Décrire le spectre obtenu. Acquerir un spectre cannelé et mettre l'acquisition en pause, il ne sert à rien de voir des fluctuation au moment de faire la mesure.

C. Repérer 2 cannelures extrema correspondant plus ou moins aux longueurs d'ondes auxquelles on connait l'indice. Mesurer avec précision la longueur d'onde de ces cannelures. Typiquement, il faut zoomer pour aller chercher la résolution du spectro de l'ordre de 0.2 nm (nous conseillons les nouveaux spectro Ocean Optics).

D. Compter le nombre de cannelures entre ces deux cannelures en les prenant en compte.

▶ **Analyse des résultats**

(i) Une cannelure correspond à un déphasage de $\Delta\phi = \pi + 2p\pi$. Or :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_p} 2e(n-1) = \pi + 2p\pi \tag{3.1}$$

on a donc le système pour les deux cannelures repérées :

$$\frac{2\pi}{\lambda_{p1}} 2e(n(\lambda_{p1}) - 1) = \pi + 2p_1\pi \tag{3.2}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_{p2}} 2e(n(\lambda_{p2}) - 1) = \pi + 2p_2\pi \tag{3.3}$$

En effectuant la différence de ces deux expressions et en notant que $p2 - p1 = N - 1$ avec N le nombre de cannelures mesurées. On trouve :

$$e = \frac{N-1}{\frac{2(n(\lambda_2)-1)}{\lambda_2} - \frac{2(n(\lambda_1)-1)}{\lambda_1}} \tag{3.4}$$

(ii) On propose une analyse des incertitudes par une méthode de Monte-Carlo. L'idée est d'estimer l'erreur sur λ_2 et λ_1 et d'effectuer des tirages aléatoires de e en utilisant la formule. On prend 10000 tirages et on obtient en préparation pour $\lambda_1 = 535.8$nm, $\lambda_2 = 588.4$nm, $N = 20$:

iii Une grandeur cruciale pour cette experience est la connaissance de l'indice. Si on ne le connait pas, il faut absolument le fixer constant à une valeur proche de celle attendue pour le matériau considéré. Nous avons ici utilisé la dépendance avec la loi de Cauchy connue pour le ...(à préciser.). On trouve donc une épaisseur cohérente avec celle déduite du chariottage mais pas celle du pied à coulisse remettant en cause ses capacités à mesurer de si petites distances. Conclusion sur le résultat :

Q : Pourquoi diable utiliser un Michelson pour faire cette manip R : La question est très pertinente, et la réponse n'est pas forcément évidente ni même justifiable. En premier lieu, on pourrait répondre que l'observation du spectre cannelé ne nécessite pas l'utilisation d'un Michelson. En effet, on peut se demander quel est le rôle du Michelson dans la manip. On pourrait envisager d'envoyer une lumière blanche sur la lame d'air et regarder simplement les interférences produites. A tester. Pour cela, je pense qu'il faudrait

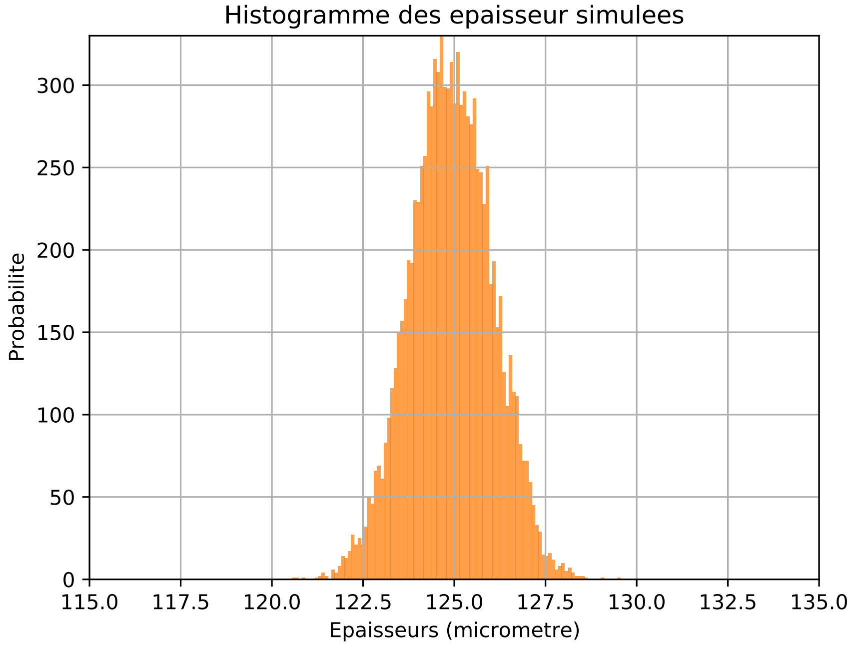

Fig. 3 – Simulation Monte-Carlo avec 10000 lancés

faire l'image de la lame sur la fibre du spectro. Peut-être des problemes de contraste néanmoins. Une autre réponse pourrait être de dire qu'avec le Michelson on maitrise le lieu de la localisation des franges et on obtient ainsi un meilleur contraste.

Q : Coin d'Air ou lame d'air ?
R : En fait on s'en fiche un petit peu. La position exacte du contact optique n'est pas fondamentale puisque l'incertitude est à quelques microns près. Ainsi, tant qu'on observe les franges de Newton en lumière blanche on sait qu'on est a priori au contact optique avec une precision de 1 micron (Longueur de coherence lampe QI). On a choisi la lame d'air ici.

3.2 Mesure de la taille d'un lycopode

▶ En préparation

1. Il faut avoir l'épurateur de faisceau installé et réglé avant de commencer cette manipulation.

2. Les lycopodes (en gros des poussières) doivent avoir été saupourdrées au préalable sur une lamelle de microscope et je conseille de venir accoler une autre lamelle pour que tous les lycopodes ne tombent pas malencontreusement au moment crucial ou on va faire l'experience.

3. Tout le matériel, lentilles pieds et supports doivent être très rapidement accessibles.

▶ La manip

A. Réaliser un montage de Franhauffer. Pour cela, venir placer l'objet ponctuel crée par l'épurateur au foyer d'une lentille (150mm) par exemple par autocollimation. Placer une autre lentille sur le chemin optique et placer un écran dans le plan focal.

B. Introduire la lamelle de lycopode entre les deux lentilles et observer la tache d'Airy. Commentaire : On observe une tache d'Airy résultant de la diffraction de N pupilles aléatoires. Par théorème de Babiner et quelques calculs que je détaille en dessous mais qui ne sont pas à afficher au tableau, on obtient en fait la même figure de diffraction que pour une pupille circulaire : une tâche d'Airy.

C. Mesurer le rayon de la tâche d'Airy et expliquer que du fait de la figure d'interference de N pupilles aléatoirement réparties, on ne peut pas utiliser une caméra à cause de problème de contraste (la figure est N fois plus brillante au centre)

► **Interprétation des résultats**

(i) La mesure du rayon donne une mesure de l'angle par la formule $R_{mes} = f'\theta$.

(ii) En mesurant l'angle θ, on remonte à la taille du lycopode par la formule de diffraction classique résultat des fonctions de Bessel :

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D_lyc} \tag{3.5}$$

soit,

$$D_{lyc} = \frac{1.22\lambda}{\theta} \tag{3.6}$$

En préparation on a mesuré $R_{mes} = 0.7cm$ donc $\theta = 0.092$ rad soit $D_{lyc} \sim 40\mu$m

(iii) On peut évaluer les incertitudes de façon statistique en plaçant à chaque fois l'échantillon à un endroit un peu différent. Mais l'incertitude vient principalement de la mesure à la règle.

Q :Pourquoi ne pas avoir fait une acquisition avec la CCD
R : Pour deux raisons. La première est que le point central du à l'interférence de N pupilles aléatoires sature complètement l'image et empêche un ajustement des données. La deuxième est que le temps commence à manquer cruellement.

3.3 Bémol au montage

Le correcteur a fait remarqué que ce montage manque cruellement d'une "droite" ou au moins d'un ajustement. Des pistes de recherche en ce sens peuvent être de mesurer le temps de vol pour différents objets à différentes longueur dans la manip télémétrie, mais je ne suis pas sûr de quoi extraire exactement (peut être la vitesse de la lumière ?). La deuxième piste consisterait à analyser plus en détail une figure de diffraction. On pourrait par exemple faire un étalonnage avec différents trous en préparation, avec un ajustement à l'appui et aussi une droite et venir placer à la main le dernier point sur la droite.